

### 3.2.1. Określenie i podział więzów

Ciałem *swobodnym* nazywamy ciało, które ma nieograniczoną swobodę ruchu. Jednak zwykle ciało materialne nie może zajmować dowolnego miejsca w przestrzeni lub poruszać się dowolnie ze względu na obecność innych ciał. Mamy wtedy do czynienia z ciałem *nieswobodnym*, a ograniczenie jego swobody nazywamy więzami. Innymi słowy, *więzami* nazywamy warunki, które nakładają ograniczenia na ruch ciała lub jego położenie w przestrzeni. Jeżeli ograniczenia te dotyczą ruchu ciała (prędkości, przyspieszenia), to mamy do czynienia z *więzami kinematycznymi*; natomiast gdy ograniczenia dotyczą położenia ciała w przestrzeni, to takie więzy nazywamy *więzami geometrycznymi*. W statyce będziemy mieli do czynienia z więzami geometrycznymi.

Jeżeli przykładowo punkt materialny może się poruszać dowolnie po pewnej płaszczyźnie, to płaszczyzna ta stanowi więzy geometryczne dla tego punktu.

Ze względu na ograniczenie swobody ciała materialnego (punktu, bryły) działanie więzów może być dwojakiego rodzaju. Gdy punkt materialny musi stale pozostawać na wspomnianej wyżej płaszczyźnie, to więzy nałożone na ten punkt nazywamy *więzami obustronnymi*. Jeżeli ten sam punkt będzie mógł znajdować się na płaszczyźnie lub nad nią, to płaszczyzna ta będzie stanowiła dla tego punktu *więzy jednostronne*. Gdy punkt będzie się znajdował na płaszczyźnie, to mówimy, że więzy są *czynne* (więzy działają), a gdy nad płaszczyzną, to więzy są *nieczynne* (nie działają).

Więzy, które wynikają z bezpośredniego kontaktu rozpatrywanego ciała z powierzchniami innych ciał, nazywamy potocznie podporami. Siły, z którymi więzy (podpory) oddziałują na dane ciało w miejscu styku, nazywamy reakcjami więzów (podpór).

Reakcje więzów będziemy nazywać *siłami biernymi*, a siły obciążające ciało *siłami czynnymi*.

W statyce będziemy się zajmować głównie ciałami całkowicie unieruchomionymi za pomocą podpór. Każda z podpór może tylko częściowo ograniczać swobodę ruchu ciała i dlatego do jego całkowitego unieruchomienia należy zastosować kilka podpór. Wtedy niezależnie od tego, jakie siły przyłożymy, w podporach powstaną takie reakcje, które utrzymają ciało w równowadze.

Zastępowanie działania więzów na rozpatrywane ciało odpowiednimi siłami reakcji nazywamy uwalnianiem od więzów. Stosujemy tutaj przytoczoną niżej *zasadę uwalniania od więzów*:

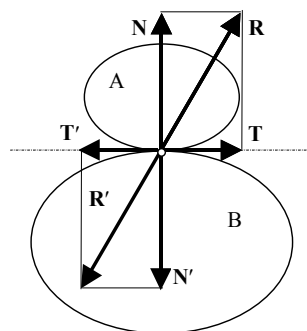
*Każde ciało sztywne można myślowo uwolnić od więzów, jeżeli zastąpi się działanie więzów odpowiednimi reakcjami, a następnie rozpatrywać je jako ciało swobodne znajdujące się pod działaniem sił czynnych i reakcji więzów (sił biernych).*

Zgodnie z trzecim prawem Newtona (prawem akcji i reakcji) siła, z jaką podpora działa na ciało, jest równa co do modułu i kierunku sile, z jaką ciało działa na podporę, ale ma przeciwny zwrot.

Założmy, że ciało A opiera się o powierzchnię innego ciała B, jak na rys. 3.4. W punkcie styku ciała A z powierzchnią ciała B działa reakcja  $\mathbf{R}$ , której kierunek jest nieznan i na ogół niemożliwy do przewidzenia z góry. Reakcję  $\mathbf{R}$  rozkładamy zwykle na dwie składowe – składową normalną  $\mathbf{N}$  do powierzchni stycznej w miejscu styku i składową styczną  $\mathbf{T}$ . Pierwszą z nich będziemy nazywać *reakcją normalną*, a drugą *siłą tarcia*. Reakcja normalna  $\mathbf{N}$  przedstawia nacisk wywierany przez jedno ze stykających się ciał na drugie, a składowa styczna  $\mathbf{T}$  wynika z oddziaływania stycznego stykających się ciał spowodowanego tarciem.

Na rysunku 3.4 siły  $\mathbf{R}'$ ,  $\mathbf{N}'$  i  $\mathbf{T}'$  oznaczają oddziaływanie ciała A na ciało B. W stosunku do reakcji  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{N}$  i  $\mathbf{T}$  są one odpowiednio zgodne z prawem akcji i reakcji.

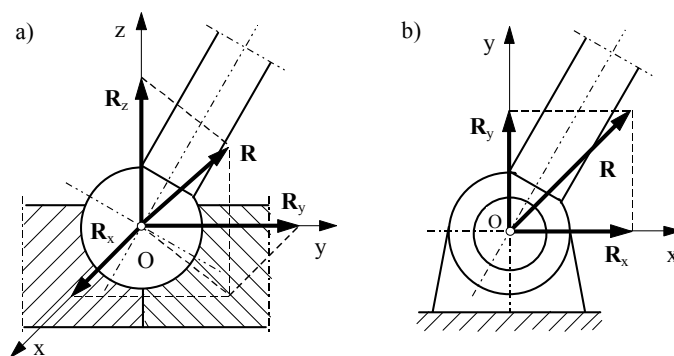
Jeżeli stykające się powierzchnie są idealnie gładkie, to siła tarcia  $\mathbf{T}$  jest równa zero i wtedy działanie więzów sprowadza się tylko do reakcji normalnej  $\mathbf{N}$ . Takie więzy nazywamy *więzami bez tarcia* lub *więzami idealnymi*. W rzeczywistości nie ma powierzchni idealnie gładkich, jednak gdy powierzchnie stykających się ciał są dostatecznie gładkie, to siły tarcia można pominąć jako małe w stosunku do innych sił. To często pozwala na ustalenie kierunku reakcji podpór bez znajomości sił czynnych.



Rys. 3.4. Ilustracja prawa akcji i reakcji

### 3.2.2. Rodzaje więzów (podpór) idealnych i ich reakcje

Obecnie omówimy często spotykane podpory ciał sztywnych stosowane w zagadnieniach technicznych. Będą to: *przegub kulisty*, *przegub walcowy*, *podpora przegubowa stała*, *podpora przegubowa przesuwna*, *utwierdzenie*, *zawieszenie na wiotkich cięgnach*, *podparcie na prętach przegubowych*, *oparcie o gładką powierzchnię*.



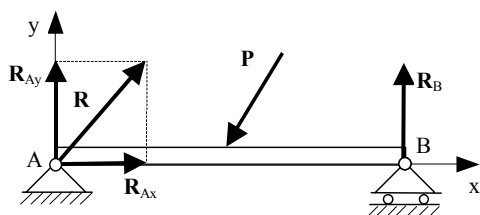
Rys. 3.5. Przeguby: a) kulisty, b) walcowy

**Przegub kulisty** składa się z pręta o zakończeniu w kształcie kuli, która jest osadzona w kulistym łożysku (rys. 3.5a). Podpora taka unieruchamia koniec pręta, ale umożliwia jego obrót wokół dowolnej osi. Kierunek reakcji  $\mathbf{R}$  powstającej w przegubie kulistym jest niezany, jednak przy braku tarcia będzie ona przechodzić przez środek kuli. Zatem do jej określenia w przestrzeni należy znać trzy współrzędne:  $R_x$ ,  $R_y$  i  $R_z$ . Widzimy, że podpora w postaci przegubu kulistego wnosi do zagadnienia trzy niewiadome.

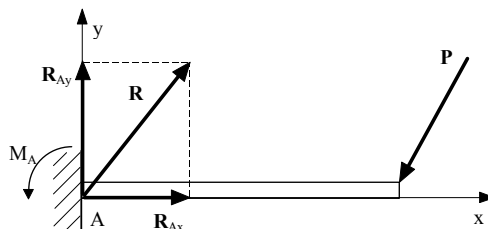
**Przegub walcowy** jest wykonany w postaci połączenia sworzniowego. Koniec pręta jest osadzony na walcowym sworzniu przechodzącym przez kołowy otwór wykonany w tym pręcie (rys. 3.5b). W przypadku braku tarcia reakcja sworznia  $\mathbf{R}$  na pręt będzie miała kierunek prostopadły do powierzchni styku, czyli jej kierunek przejdzie przez oś sworznia. Reakcja ta będzie leżeć w płaszczyźnie prostopadłej do osi sworznia. Do jej wyznaczenia są potrzebne dwie niewiadome:  $R_x$  i  $R_y$ .

**Podpora przegubowa stała i przesuwna.** Duże znaczenie praktyczne mają podpory pokazane na rys. 3.6. Belka AB jest podparta na końcu A za pomocą przegubu walcowego, który umożliwia obrót wokół osi przegubu, ale zamocowanie przegubu do podłoża uniemożliwia przemieszczanie się końca A belki w dwóch kierunkach. Taką podporę nazywamy podporą *przegubową stałą* (nieprzesuwna). Gdy w przegubie nie ma tarcia, to linia działania reakcji  $\mathbf{R}_A$  przechodzi przez punkt A i do jej wyznaczenia należy znać współrzędne  $R_{Ax}$  i  $R_{Ay}$ .

lub wartość reakcji i kąt na chylenia.



Rys. 3.6. Podpory przegubowe: A – stała, B – przesuwna



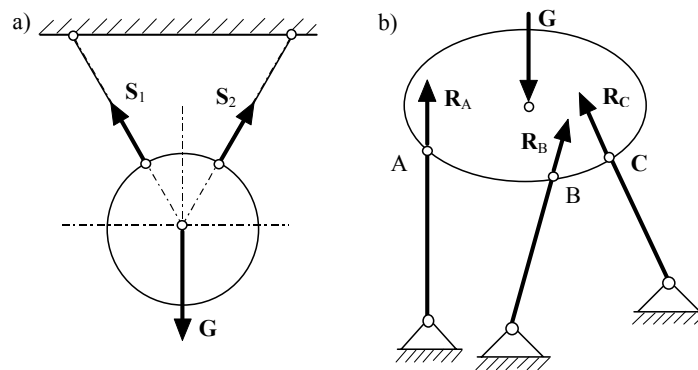
Rys. 3.7. Utwierdzenie

Koniec B belki jest podparty za pomocą przegubu walcowego zaopatrzonego w rolki, które mogą się toczyć po poziomej płaszczyźnie. Taką podporę nazywamy *przegubową przesuwną*. Gdy przyjmiemy, że opór przy przesuwaniu takiej podpory jest bardzo mały, to linia działania reakcji  $R_B$  będzie prostopadła do płaszczyzny przesuwu. Podpora taka wnosi do analizy sił jedną niewiadomą – wartość reakcji  $R_B$ .

**Utwierdzenie** polega na całkowitym unieruchomieniu np. belki przez wmurowanie jej końca w ścianę, przyspawanie lub przykręcenie do ściany. Podpora taka uniemożliwia przemieszczanie się utwierdzonego końca w dwóch kierunkach i obrót wokół tego końca. W miejscu utwierdzenia A wystąpi reakcja utwierdzenia  $R_A$  i moment utwierdzenia  $M_A$  (rys. 3.7).

Taka podpora wprowadza do zadania trzy niewiadome:  $R_{ax}$ ,  $R_{ay}$  i  $M_A$ .

**Zawieszenie na wiotkich cięgnach.** Jeżeli ciało materialne jest zawieszane na nieważkich, idealnie wiotkich cięgnach, czyli takich, które nie mogą przenosić żadnych sił poprzecznych, to reakcje  $S_1$ ,  $S_2$  cięgien na ciało są skierowane wzdłuż tych cięgien, zgodnie z rys. 3.8a.

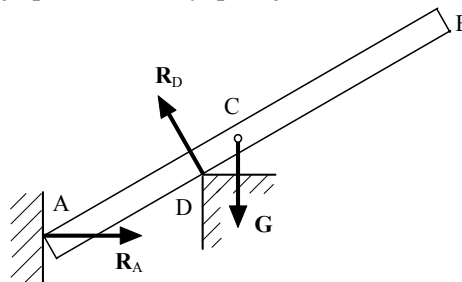


Rys. 3.8. Ciało: a) zawieszone na wiotkich cięgnach, b) podparte na nieważkich prętach przegubowych

**Podparcie na prętach przegubowych** polega na unieruchomieniu ciała materialnego za pomocą prętów mających na obu końcach przeguby. Jeżeli przyjmiemy, że ciężary prętów są pomijalnie małe i na pręty nie działają, poza reakcjami w przegubach, żadne inne siły, to reakcje  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $R_C$  będą działać wzdłuż osi prętów, jak na rys. 3.8b. Wynika to z tego, że każdy z prętów jest w równowadze pod działaniem dwóch sił, a dwie siły będą się równoważyć tylko wtedy, gdy będą działać wzdłuż jednej prostej, mieć równe moduły i przeciwny zwrot. Ponieważ znamy kierunki reakcji prętów, każdy pręt jest równoważony jednej niewiadomej, którą jest wartość jego reakcji. W odróżnieniu od cięgna pręt przegubowy może być zarówno rozciągany, jak i ściskany.

**Oparcie o gładką powierzchnię.** Na rysunku 3.9 przedstawiono belkę AB opartą końcem A o pionową gładką ścianę, a w punkcie D o krawędź. Ponieważ z założenia między belką a podporami nie ma tarcia, reakcje w punktach A i D będą prostopadłe do odpowiednich powierzchni styku.

W punkcie A reakcja  $R_A$  będzie prostopadła do ściany, a reakcja  $R_D$  prostopadła do belki.



Rys. 3.9. Oparcie pręta o gładką powierzchnię i gładką krawędź